

Additions-/Subtraktionsverfahren

Dieses Verfahren ist geeignet, wenn in beiden Gleichungen die gleiche Variable mit gleichem Koeffizienten gegeben ist. Dieses kann man aber auch oft durch einfaches Umformen erreichen. Die Vorzeichen entscheiden dabei, ob man addiert oder subtrahiert.

Beispiele

Bestimme die Lösungsmenge des LGS:

$$\begin{array}{rclcl} I & 3x & - & 2y & = & 6 \\ II & x & + & 2y & = & 10 \end{array}$$

In beiden kommt $2y$ vor. Da sich die Vorzeichen unterscheiden, würde $2y$ beim Addieren der beiden Gleichungen wegfallen.

Richtiges Aufschreiben!

$$\begin{array}{rclcl} I & 3x & - & 2y & = & 6 \\ II & x & + & 2y & = & 10 \\ \hline I + II & 4x & & & = & 16 & | : 4 \\ & x & & & = & 4 \\ \hline x \text{ in } II & 4 & + & 2y & = & 10 & | - 4 \\ & & & 2y & = & 6 & | : 2 \\ & & & y & = & 3 \end{array}$$

$I + II$ zeigt direkt, dass man das Additionsverfahren verwendet hat. Da x in II eingesetzt wurde, wird die Probe in I gemacht.

Probe in I :

$$\begin{array}{l} \text{l. S.: } 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 12 - 6 = 6 \\ \text{r. S.: } 6 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{l. S.: } 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 12 - 6 = 6 \\ \text{r. S.: } 6 \end{array}} \right\} \checkmark$$

Lösungsmenge:

$$L = \{(4/3)\}$$

Hier benutzt man das Subtraktionsverfahren, da $2y$ jeweils das gleiche Vorzeichen hat. Es fällt beim Subtrahieren weg.

$$\begin{array}{rclcl} I & 5x & + & 2y & = & 13 \\ II & 2x & + & 2y & = & 10 \\ \hline I - II & 3x & & & = & 3 & | : 3 \\ & x & & & = & 1 \\ \hline x \text{ in } II & 2 & + & 2y & = & 10 & | - 2 \\ & & & 2y & = & 8 & | : 2 \\ & & & y & = & 4 \end{array}$$

Probe in I :

$$\begin{array}{l} \text{l. S.: } 5 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = 5 + 8 = 13 \\ \text{r. S.: } 13 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{l. S.: } 5 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = 5 + 8 = 13 \\ \text{r. S.: } 13 \end{array}} \right\} \checkmark$$

Lösungsmenge:

$$L = \{(1/4)\}$$

Manchmal ist es nötig, durch Umformungen die Koeffizienten auf den gleichen Wert zu bringen. Am einfachsten geht das mit einer „über-Kreuz“-Multiplikation.

$$\begin{array}{rclclcl}
 I & 3x & - & 5y & = & 8 & | \cdot 2 \\
 II & 2x & + & 2y & = & 16 & | \cdot 3 \\
 \hline
 I & 6x & - & 10y & = & 16 \\
 II & 6x & + & 6y & = & 48 \\
 \hline
 II - I & & & 16y & = & 32 & | : 16 \\
 & & & y & = & 2 \\
 \hline
 y \text{ in } I & 3x & - & 10 & = & 8 & | + 10 \\
 & 3x & & & = & 18 & | : 3 \\
 & x & & & = & 6
 \end{array}$$

Man benutzt das Subtraktionsverfahren und rechnet für einfachere Vorzeichen $II - I$. Da y in I eingesetzt wurde, macht man die Probe in II .

Probe in II :

$$\begin{array}{l}
 \text{l. S.: } 2 \cdot 6 + 2 \cdot 2 = 12 + 4 = 16 \\
 \text{r.S.: } 16
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{l. S.: } 2 \cdot 6 + 2 \cdot 2 = 12 + 4 = 16 \\ \text{r.S.: } 16 \end{array}} \right\} \checkmark$$

Lösungsmenge:

$$L = \{(6/2)\}$$

Aufgaben

1. Berechne die Lösungsmenge mit dem Additionsverfahren.

a)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & 4x & + & y & = & 6 \\
 II & 7x & - & y & = & 27
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & 4x & + & 4y & = & 32 \\
 II & 20x & - & 4y & = & 40
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & 2x & - & 2y & = & -4 \\
 II & -8x & + & 2y & = & 28
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & 6x & + & 3y & = & 9 \\
 II & -15x & - & 3y & = & -36
 \end{array}$$

2. Berechne die Lösungsmenge mit dem Subtraktionsverfahren.

a)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & x & + & y & = & 4 \\
 II & x & - & 2y & = & -8
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & 5x & - & 5y & = & 5 \\
 II & 5x & + & 4y & = & -22
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & x & - & 4y & = & 6 \\
 II & -2x & - & 4y & = & 6
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{rclcl}
 I & 2x & - & 5y & = & 4 \\
 II & 3x & - & 4y & = & -1
 \end{array}$$

Lösungen

