

Einsetzungsverfahren

Dieses Verfahren ist geeignet, wenn eine Gleichung nach einer Variable (oder einem Vielfachen davon) aufgelöst ist, die andere aber nicht.

Man setzt also für die Variable den gleichgesetzten Term ein.

Beispiel

Bestimme die Lösungsmenge des LGS:

$$\begin{array}{lcl} I & x & = 3y - 3 \\ II & x + y & = 9 \end{array}$$

Gleichung I ist nach x aufgelöst, wir können also den in I gleichgesetzten Term (rot) für x in II einsetzen.

Richtiges Aufschreiben!

$$\begin{array}{lcl} I & x & = y - 3 \\ II & x + y & = 9 \\ \hline I \text{ in } II & 3y - 3 + y & = 9 & |T \\ & 4y - 3 & = 9 & | + 3 \\ & 4y & = 12 & | : 4 \\ & y & = 3 \\ \hline y \text{ in } I & x & = 3 \cdot 3 - 3 \\ & x & = 6 \end{array}$$

I in II zeigt direkt, dass man das Einsetzungsverfahren verwendet hat. Da y in I eingesetzt wurde, wird die Probe in II gemacht.

Probe in II :

$$\left. \begin{array}{l} \text{l. S.: } 6 + 3 = 9 \\ \text{r. S.: } 9 \end{array} \right\} \checkmark$$

Lösungsmenge:

$$L = \{(6/3)\}$$

Es darf gerne mit Textmarker markiert werden, was durch was ersetzt wird.

weitere Beispiele

Hier kommt in beiden Gleichungen $3y$ vor, man kann also direkt den gleichgesetzten Term für $3y$ einsetzen.

$$\begin{array}{lcl} I & 3y & = 4x + 2 \\ II & 3y - 2x & = 4 \\ \hline I \text{ in } II & 4x + 2 - 2x & = 4 & |T \\ & 2x + 2 & = 4 & | - 2 \\ & 2x & = 2 & | : 2 \\ & x & = 1 \\ \hline x \text{ in } I & 3y & = 4 \cdot 1 + 2 & |T \\ & 3y & = 6 & | : 3 \\ & y & = 3 \end{array}$$

Probe in II :

$$\left. \begin{array}{l} \text{l. S.: } 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 6 - 2 = 4 \\ \text{r. S.: } 4 \end{array} \right\} \checkmark$$

Lösungsmenge:

$$L = \{(1/3)\}$$

Manchmal ist es auch nötig, eine Gleichung vorher umzuformen. Hier muss I zuerst durch 4 geteilt werden.

$$\begin{array}{rclcl}
 I & 4x & = & 8y - 16 & | : 4 \\
 II & 6y - 5x & = & 16 & \\
 \hline
 I & x & = & 2y - 4 & \\
 II & 6y - 5x & = & 16 & \\
 \hline
 I \text{ in } II & 6y - 5(2y - 4) & = & 16 & | T \\
 & 6y - 10y + 20 & = & 16 & | T \\
 & -4y + 20 & = & 16 & | - 20 \\
 & -4y & = & -4 & | : (-4) \\
 & y & = & 1 & \\
 \hline
 y \text{ in } I & 4x & = & 8 \cdot 1 - 16 & | T \\
 & 4x & = & -8 & | : 4 \\
 & x & = & -2 &
 \end{array}$$

Probe in II :

$$\left. \begin{array}{l} \text{l. S. : } 6 \cdot 1 - 5 \cdot (-2) = 6 + 10 = 16 \\ \text{r. S. : } \end{array} \right\} \checkmark$$

Lösungsmenge:

$$L = \{(1/-2)\}$$

Aufgaben

1. Berechne die Lösungsmenge mit dem Einsetzungsverfahren.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{array}{rcl} I & y & = -4x + 2 \\ II & 5x + 3y & = -8 \end{array} &
 \text{b) } \begin{array}{rcl} I & x & = 2y - 10 \\ II & 7x + 40 & = 4y \end{array} &
 \text{c) } \begin{array}{rcl} I & 5y & = 7x + 7 \\ II & 2x + 5y & = 43 \end{array} \\
 \text{d) } \begin{array}{rcl} I & 2y & = 8x - 6 \\ II & 12x - 3y & = 9 \end{array} &
 \text{e) } \begin{array}{rcl} I & x + 2.5y & = 1 \\ II & y & = 3x \end{array} &
 \text{f) } \begin{array}{rcl} I & 2x + 4y & = 6 \\ II & y & = 2x - 1 \end{array}
 \end{array}$$

Lösungen

