

Faktorisieren/Ausklammern

Kommt in einer Summe bei jedem Summanden der gleiche Faktor vor, so kann dieser ausgeklammert werden.

Faktorisieren

$$2x + 6y - 12z$$

In allen Summanden steckt der Faktor 2, der also ausgeklammert werden kann.

$$\overbrace{2 \cdot x + 2 \cdot 3y - 2 \cdot 6z} = 2 \cdot (x + 3y - 6z)$$

- Es können Zahlen und Variablen ausgeklammert werden.
- Es sollte immer der größtmögliche Faktor ausgeklammert werden.
- Wird der ganze Summand ausgeklammert, so bleibt in der Klammer eine 1.

Beispiele

$$4x^2 + 12x - 20x^3 = 4x \cdot x + 4x \cdot 3 + 4x \cdot 5x^2 = 4x \cdot (x + 3 - 5x^2)$$

Aus allen Summanden kann die 4 und ein x ausgelammert werden.

$$15x^2y^3 - 21x^3y^2 + 3x^2y^2 = 3x^2y^2 \cdot 5y - 3x^2y^2 \cdot 7x + 3x^2y^2 \cdot 1 = 3x^2y^2 \cdot (5y - 7x + 1)$$

Aus allen Teilen kann die 3, zwei Mal x und zwei Mal y ausgeklammert werden.

Im letzten Summanden wird alles ausgeklammert, in der Klammer erscheint dann eine 1.

Mit etwas Übung kann der mittlere Teil weggelassen werden und direkt das Ergebnis notiert werden.

Man wandelt somit eine Summe in ein Produkt um. Das kann häufig Vorteile haben, wie z.B. beim Kürzen und vereinfachen.

1. Klammere den größtmöglichen Faktor aus.

- | | | | |
|-------------------------------|----------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) $12x - 18y + 24z$ | b) $a^2 + a^3 + a^4$ | c) $12xy - 8x^2y + 20xy^2$ | d) $abc + acd + abd$ |
| e) $14rs - 7r^2s + 35r^2s^2t$ | f) $a^2 - a + ab$ | g) $x^2 - 2x$ | h) $24p^3q - 16pq^2$ |
| i) $-5xu + 15xv - 10xz$ | j) $26xy - 13kx$ | k) $9x^2 - 9xy$ | l) $12xy^2 + 16x^2y - 14xy$ |

2. Wurde richtig ausgeklammert? Berichtige, falls nötig.

- | | |
|--|--|
| a) $3x^2 + 7x = x \cdot (3x + 7)$ | b) $6a^2 + 3ab = 3a(a + ab)$ |
| c) $6xy^2 + 9x^2y + 3xy = 3xy \cdot (2x + 3y)$ | d) $6x + 8y + 4z = 2 \cdot (4x + 6y + 2z)$ |

Kürzen von Termen

Getreu dem alten Spruch „In Differenzen und Summen, da kürzen nur die Dummen“ kann man also bei Termen nur Faktoren kürzen. Dafür kann es nötig sein, die Terme in Zähler und Nenner zu faktorisieren.

$$\frac{3x^2+9x}{6xy-15xz} = \frac{3x \cdot (x+3)}{3x \cdot (2y-5z)} = \frac{\cancel{3x} \cdot (x+3)}{\cancel{3x} \cdot (2y-5z)} = \frac{x+3}{2y-5z}$$

Beispiele

$$\frac{4x+6y}{8s-14t} = \frac{2 \cdot (2x+3y)}{2 \cdot (4s-7t)} = \frac{\cancel{2} \cdot (2x+3y)}{\cancel{2} \cdot (4s-7t)} = \frac{2x+3y}{4s-7t}$$

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)^2}{(a+b) \cdot (a-b)} = \frac{\cancel{(a+b)} \cdot (a+b)}{\cancel{(a+b)} \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$$

3. Faktorisiere jeweils Zähler und Nenner und kürze vollständig.

a) $\frac{2x^2+x}{4x+2}$

b) $\frac{3x^2+x}{5x^2+x}$

c) $\frac{ax^2+bx^2}{ay^2+by^2}$

d) $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$

e) $\frac{2x+4y}{x+2y}$

f) $\frac{6x^2y-8xy^2}{9x^2y+12xy^2}$

Lösungen

