Jede Zahl kann man als Produkt schreiben, deren Faktoren ausschließlich Primfaktoren sind.

Beispiel

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$35 = 5 \cdot 7$$

Am besten beginnt man mit den kleinsten Primzahl und arbeitet sich immer weiter.

ggT und kgV mithilfe der Primfaktorenzerlegung

Schreibt man die Primfaktorenzerlegung verschiedener Zahlen so untereinander, dass gleiche Primfaktoren untereinander stehen, so kann man damit ggT und kgV berechnen.
Den ggT erhält man, wenn man die Faktoren der Spalten multipliziert, die in beiden Zahlen vorkmmen.
Das kgV erhält man, wenn man die Faktoren aller Spalten multipliziert.

Beispiel

$$\begin{array}{lcccccccccccc}
24 & = & 2 & \cdot & 2 & \cdot & 2 & \cdot & 3 & & & & \\
18 & = & 2 & & & & & \cdot & 3 & \cdot & 3 & & \\
\hline
\text{ggT} & = & 2 & & & & & \cdot & 3 & & & = & 6 \\
\text{kgV} & = & 2 & \cdot & 2 & \cdot & 2 & \cdot & 3 & \cdot & 3 & = & 72
\end{array}$$

Aufgaben

1. Bestimme die Primfaktorenzerlegung der Zahlen.

   a) 16 b) 36 c) 45 d) 48
   e) 27 f) 125 g) 72 h) 100

2. Bestimme mithilfe der Primfaktorenzerlegung ggT und kgV der beiden Zahlen.

   a) 12 und 16 b) 18 und 24 c) 120 und 210
   d) 144 und 216 e) 36 und 54 f) 4 und 91

Zusammenhänge

Durch die Primfaktorenzerlegung wird klar, dass sowohl das Produkt aus ggT und kgV aus den gleichen Faktoren besteht wie das Produkt der beiden Zahlen.

$$a \cdot b = \text{ggT}(a;b) \cdot \text{kgV}(a;b)$$

Das bedeutet, wenn man einen der beiden Werte bestimmt hat, gilt für den anderen Wert:

$$\text{kgV}(a;b) = \frac{a \cdot b}{\text{ggT}(a;b)} \qquad \text{bzw.} \qquad \text{ggT}(a;b) = \frac{a \cdot b}{\text{kgV}(a;b)}$$

Lösung

 B. Clemens (CC BY-SA-4.0)